SISTEMI DETERMINISTICI E CONTINUI

SISTEMI A VARIABILI CONTINUE LE CUI RISPOSTE SONO DETERMINATE DA LEGGI MATEMATICHE E/O FISICHE

SISTEMI SENZA MEMORIA

MODELLI MATEMATICI COSTITUITI DA:

SEMPLICI RELAZIONI ALGEBRICHE

SISTEMI DI ORDINE ZERO (SENZA DERIVATE)

SISTEMI CON MEMORIA

MODELLI MATEMATICI COSTITUITI DA:

EQUAZIONI DIFFERENZIALI

SISTEMI DEL PRIMO ORDINE O SUPERIORI
(ORDINE: IL PIU' ALTO DELLE DERIVATE PRESENTI NELL'EQUAZIONE)

→ PER LA RISOLUZIONE DEI SISTEMI DI ORDINE ZERO VIENE USATO PRINCIPALMENTE IL CALCOLO MATRICIALE

→ PER LA RISOLUZIONE DEI SISTEMI DI ORDINE SUPERIORE SI RICORRE ALL'USO DELLE EQUAZIONI DIFFERENZIALI O PIU' SEMPLICEMENTE AL METODO TRASFORMAZIONALE (TRASFORMATA DI LAPLACE)

SISTEMI LINEARI DI ORDINE ZERO

NEI SISTEMI DI ORDINE ZERO LE USCITE SONO DETERMINATE DIRETTAMENTE DAGLI INGRESSI SENZA INTERVENTO DI VARIABILI DI STATO.

↓

SISTEMI PRIVI DI MEMORIA

INGRESSI ← EQUAZIONI ALGEBRICHE → USCITE

GENERICA RAPPRESENTAZIONE:

DOVE: $i_1, i_2, ...i_n$ RAPPRESENTANO GLI “n” INGRESSI
$u_1, u_2,.....u_m$ RAPPRESENTANO LE “m” USCITE CORRISPONDENTI

IN GENERALE SI PUO’ SCRIVERE IL SISTEMA LINEARE CHE MODELLIZZA IL SISTEMA:

$$
\begin{aligned}
u_1 &= a_{11} \times i_1 + a_{12} \times i_2 + \ldots\ldots + a_{1n} \times i_n \\
u_2 &= a_{21} \times i_1 + a_{22} \times i_2 + \ldots\ldots + a_{2n} \times i_n \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
u_m &= a_{m1} \times i_1 + a_{m2} \times i_2 + \ldots\ldots + a_{mn} \times i_n
\end{aligned}
$$

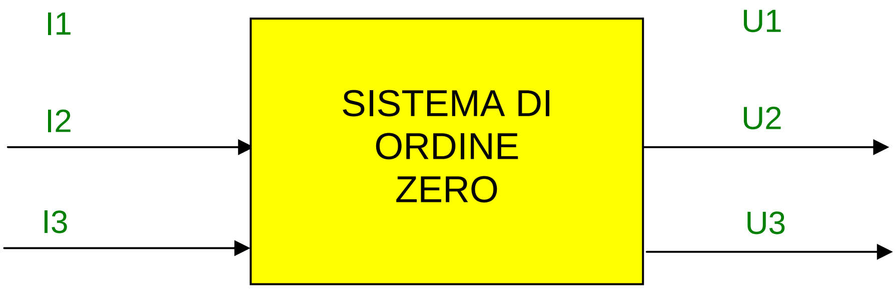
TALE SISTEMA RAPPRESENTA LA COMBINAZIONE LINEARE DEGLI INGRESSI IN CUI IL GENERICO “a_{jk}“ E’ UN COEFFICIENTE COSTANTE

QUESTI SISTEMI SI POSSONO SOTTOPORRE AL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI PER IL QUALE:

> LE RISPOSTE (USCITE) CHE SI OTTENGONO APPLICANDO UN CERTO NUMERO DI SOLLECITAZIONI (INGRESSI), SI POSSONO ANCHE OTTENERE COME SOMMA DELLE RISPOSTE (USCITE) OTTENUTE APPLICANDO SINGOLARMENTE OGNI SOLLECITAZIONE (INGRESSO)

RISOLUZIONE DEI SISTEMI MEDIANTE IL CALCOLO MATRICIALE

SEMPLIFICHIAMO IL SISTEMA CONSIDERANDONE UNO CON TRE SOLI INGRESSI E TRE SELE USCITE



SI SUPPONGA CHE LE EQUAZIONI LINEARI ALGEBRICHE CHE MODELLIZZANO IL SISTEMA SIANO:

$$\begin{cases} I1 = a_1 \times U1 + a_2 \times U2 + a_3 \times U3 \\ I2 = b_1 \times U1 + b_2 \times U2 + b_3 \times U3 \\ I3 = c_1 \times U1 + c_2 \times U2 + c_3 \times U3 \end{cases}$$

QUESTO SISTEMA DI EQUAZIONI PUO' ESSERE RAPPRESENTATO ANCHE DALLA SEGUENTE SCRITTURA:

$$\begin{vmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \end{vmatrix}$$

FORMA MATRICIALE

IN CUI:

$$\begin{vmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \end{vmatrix}$$

SI DEFINISCE MATRICE VETTORE DEGLI INGRESSI
(VETTORE: MATRICE COSTITUITA DA UNA SOLA COLONNA)

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

SI DEFINISCE MATRICE QUADRATA DEI COEFFICIENTI (QUADRATA: MATRICE COSTITUITA DA UN NUMERO DI RIGHE PARI AL NUMERO DI COLONNE)

$$\begin{vmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \end{vmatrix}$$

SI DEFINISCE MATRICE VETTORE DELLE USCITE (VETTORE: MATRICE COSTITUITA DA UNA SOLA COLONNA)

SI PUO' SCRIVERE IN MODO PIU' GENERICO:

MATRICE GENERICA DEGLI INGRESSI

MATRICE GENERICA DEI COEFFICIENTI

MATRICE GENERICA DELLE USCITE

$$\left| I_{1\text{-}3} \right| = \left| a,b,c \right| \times \left| U_{1\text{-}3} \right|$$

E' POSSIBILE DIMOSTRARE CHE IL PRODOTTO TRA LA MATRICE QUADRATA DEI COEFFICIENTI E LA MATRICE VETTORE DELLE USCITE, EQUIVALE AI SECONDI MEMBRI DELLE EQUAZIONI CHE RAPPRESENTANO IL SISTEMA ALGEBRICO. PERTANTO QUESTI ULTIMI SONO EQUIVALENTI AI SINGOLI TERMINI DELLA MATRICE VETTORE DEGLI INGRESSI.

VALE A DIRE:

SE SI DIMOSTRA CHE:

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 \times U1 + a_2 \times U2 + a_3 \times U3 \\ b_1 \times U1 + b_2 \times U2 + b_3 \times U3 \\ c_1 \times U1 + c_2 \times U2 + c_3 \times U3 \end{vmatrix}$$

POICHE':

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \end{vmatrix}$$

ALLORA:

$$\begin{vmatrix} a_1 \times U1 + a_2 \times U2 + a_3 \times U3 \\ b_1 \times U1 + b_2 \times U2 + b_3 \times U3 \\ c_1 \times U1 + c_2 \times U2 + c_3 \times U3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \end{vmatrix}$$

INFATTI:

Il prodotto tra due matrici si ottiene sommando tra loro i prodotti tra gli elementi di ogni riga della prima matrice e gli elementi di ogni colonna della seconda matrice quindi:

1° elemento della matrice risultante =	somma dei prodotti tra gli elementi della prima riga (a_1,a_2,a_3) della 1° matrice e gli elementi (U1, U2, U3) della prima colonna (in questo caso unica) della seconda matrice: $a_1 \times U1 + a_2 \times U2 + a_3 \times U3$
2° elemento della matrice risultante =	somma dei prodotti tra gli elementi della prima riga (b_1,b_2,b_3) della 1° matrice e gli elementi (U1, U2, U3) della prima colonna (in questo caso unica) della seconda matrice: $b_1 \times U1 + b_2 \times U2 + b_3 \times U3$
3° elemento della matrice risultante =	somma dei prodotti tra gli elementi della prima riga (c_1,c_2,c_3) della 1° matrice e gli elementi (U1, U2, U3) della prima colonna (in questo caso unica) della seconda matrice: $c_1 \times U1 + c_2 \times U2 + c_3 \times U3$

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 \times U1 + a_2 \times U2 + a_3 \times U3 \\ b_1 \times U1 + b_2 \times U2 + b_3 \times U3 \\ c_1 \times U1 + c_2 \times U2 + c_3 \times U3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \end{vmatrix}$$

PERTANTO SE RICORDIAMO CHE:

Le equazioni che modellizzano il sistema sono:

$I1 = a_1 \times U1 + a_2 \times U2 + a_3 \times U3$

$I2 = b_1 \times U1 + b_2 \times U2 + b_3 \times U3$

$I3 = c_1 \times U1 + c_2 \times U2 + c_3 \times U3$

POSSIAMO AFFERMARE CHE:

L'EQUAZIONE IN FORMA MATRICIALE

$$\begin{vmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} x \begin{vmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \end{vmatrix}$$

CORRISPONDE EFFETTRIVAMENTE ALL'INSIEME DI EQUAZIONI DEL SISTEMA QUINDI ANCHE TALE EQUAZIONE MODELLIZZA IL SISTEMA

UNA CLASSE DI SISTEMI LINEARI: LE RETI ELETTRICHE

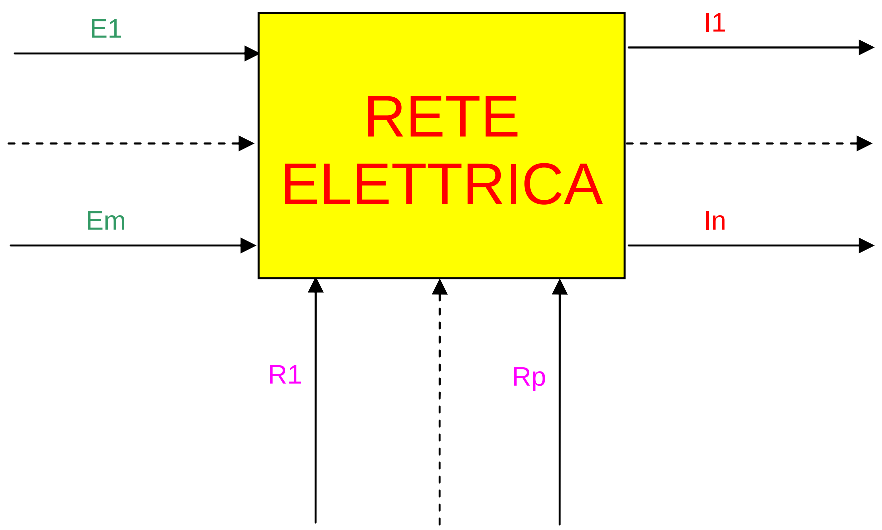
UN COMUNE ESEMPIO DI SISTEMA LINEARE DI ORDINE ZERO E' COSTITUITO DA UNA QUALSIASI RETE ELETTRICA DI TIPO RESISTIVO.
NORMALMENTE LO STUDIO DI UNA SIMILE RETE ELETTRICA PRESUPPONE LA CONOSCENZA DELLE FORZE ELETTROMOTRICI DEI GENERATORI E IL VALORE DELLE RESISTENZE E RICHIEDE LA DERTERMINAZIONE DELLE CORRENTI.

DATI: FORZE ELETTROMOTRICI "E" → *VARIABILI DI INGRESSO*

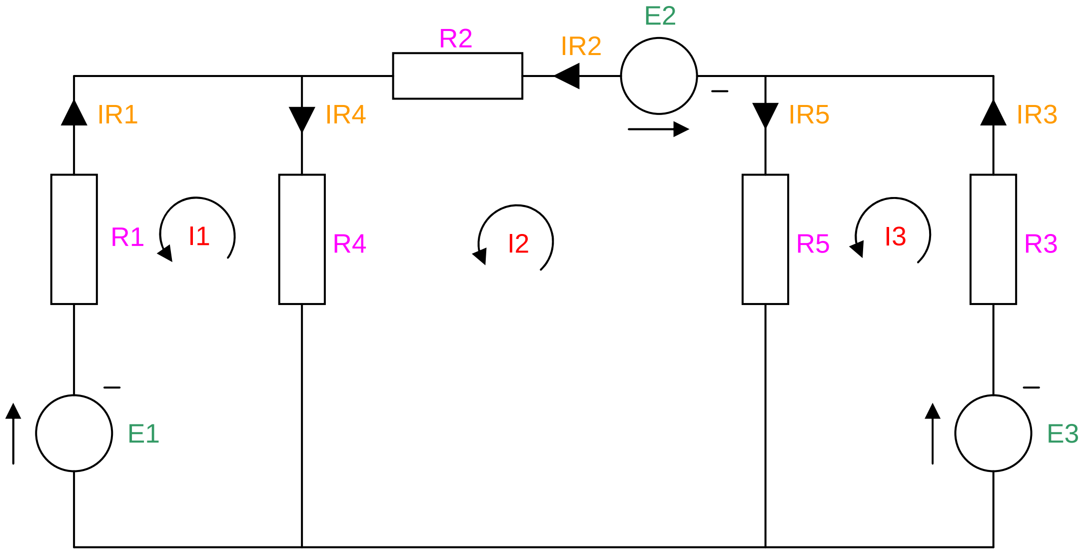
RESISTENZE "R" → *PARAMETRI DEL SISTEMA*

INCOGNITE: CORRENTI "I" → *VARIABILI DI USCITA*

RAPPRESENTAZIONE GENERICA DEL MODELLO A BLOCCO RIFERIBILE A UNA QUALSIASI RETE:

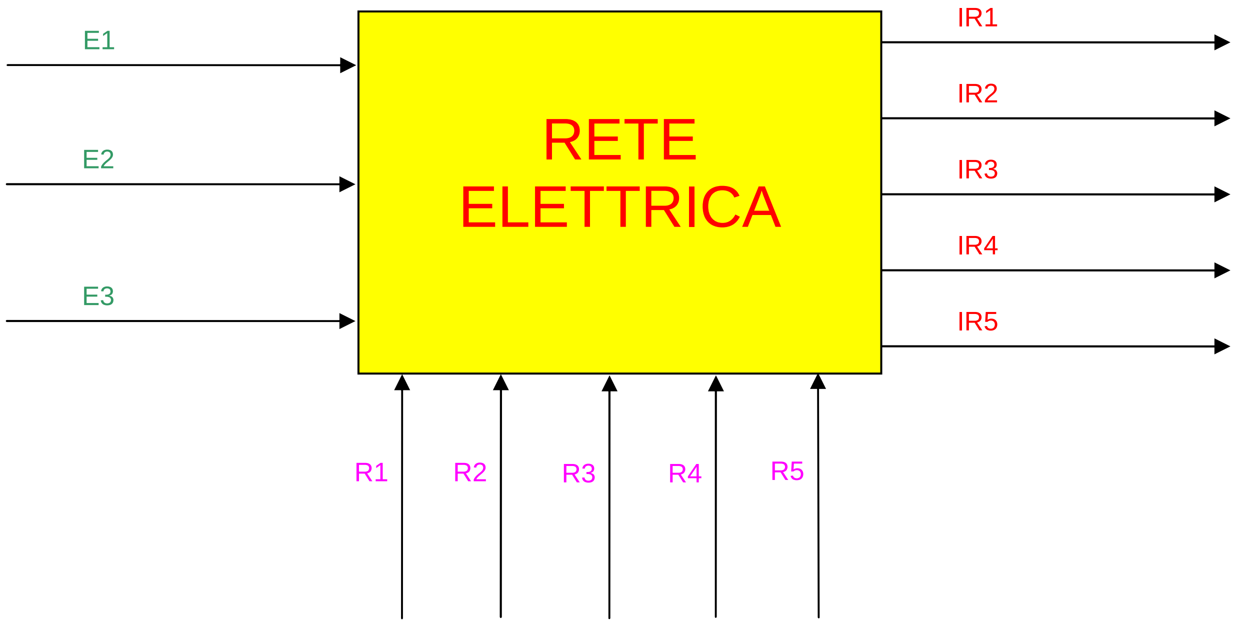


SIA DATA PER ESEMPIO LA SEGUENTE RETE ELETTRICA:



IL VERSO DELLE CORRENTI DI RAMO "IR" E DELLE CORRENTI DI MAGLIA "I" SONO POSTI CONVENZIONALMENTE

LA RAPPRESENTAZIONE CHE CARATTERIZZA IL SISTEMA E' LA SEGUENTE



PER LA SOLUZIONE DELLA RETE SI APPLICHI PER ESEMPIO IL METODO DI MAXWELL ALLE MAGLIE. FISSATI I VERSI CONVENZIONALI DELLE CORRENTI NEI RAMI E NELLE MAGLIE SI SCRIVANO LE EQUAZIONI ALLE MAGLIE.

$$\begin{cases} -E1 + R4 \times (-I1 + I2) + R1 \times (-I1) = 0 \\ -E2 - R2 \times I2 - R4 \times (-I1 + I2) + R5 \times (-I2 + I3) = 0 \\ E3 - R3 \times I3 - R5 \times (-I2 + I3) = 0 \end{cases}$$

EQUAZIONE ALLA MAGLIA I1
EQUAZIONE ALLA MAGLIA I2
EQUAZIONE ALLA MAGLIA I3

PROCEDENDO NEI CALCOLI SI SCRIVE:

$$\begin{cases} -E1 - R1 \times I1 - R4 \times I1 + R4 \times I2 = 0 \\ -E2 - R2 \times I2 - R4\ Xi\ 2 + R4 \times I1 - R5 \times I2 + R5 \times I3 = 0 \\ E3 - R3 \times I3 - R5 \times I3 + R5 \times I2 = 0 \end{cases}$$

ISOLANDO AL PRIMO MEMBRO LE "E" E CAMBIANDO IL SEGNO A E1 ED E2 IL SISTEMA DIVENTA:

$$\begin{cases} E1 = -R1 \times I1 - R4 \times I1 + R4 \times I2 \\ E2 = -R2 \times I2 - R4 \times I2 + R4 \times I1 - R5 \times I2 + R5 \times I3 \\ E3 = R3 \times I3 + R5 \times I3 - R5 \times I2 \end{cases}$$

CON I DOVUTI PASSAGGI MATEMATICI RACCOGLIENDO LE "I" E ORDINANDO LE EQUAZIONI OTTENIAMO:

$$\begin{cases} E1 = -(R1 + R4) \times I1 + R4 \times I2 \\ E2 = R4 \times I1 - (R2 + R4 + R5) \times I2 + R5 \times I3 \\ E3 = -R5 \times I2 + (R3 + R5) \times I3 \end{cases}$$

SISTEMA RISOLUTIVO DI MAXWELL

QUESTO SISTEMA ALGEBRICO ACCOMPAGNATO DALLE EQUAZIONI RELATIVE ALLE CORRENTI DI RAMO IN FUNZIONE DELLE CORRENTI DI MAGLIA
IR1 = - I1 ; IR2 = I2 ; IR3 = I3 ; IR4 = - I1 + I2 ; IR5 = -I2 + I3
COSTITUISCE IL MODELLO MATEMATICO DEL SISTEMA CON IL QUALE SI PUO' LAVORARE CON L'INDAGINE SULLO STESSO CON I METODI CONSUETI : SOSTITUZIONE, RIDUZIONE, CONFRONTO ECC.

RISOLUZIONE TRAMITE IL CALCOLO MATRICIALE ESEGUITO CON IL CALCOLATORE

IL CALCOLO MATRICIALE CONSENTE UNA RAPPRESENTAZIONE PIU' COMPATTA ED UN METODO DI RISOLUZIONE E DI INDAGINE PIU' EFFICIENTE. PER LA RETE IN ESEMPIO SI INDIVIDUANO LE SEGUENTI MATRICI:

DEGLI INGRESSI (VETTORE COLONNA)

$$\left| E\ (3,1) \right| = \begin{vmatrix} E1 \\ E2 \\ E3 \end{vmatrix}$$

DELLE USCITE (VETTORE COLONNA)

$$\left| I\ (3,1) \right| = \begin{vmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \end{vmatrix}$$

DEI COEFFICIENTI O RESISTENZE (MATRICE QUADRATA)

$$\left| R\ (3,3) \right| = \begin{vmatrix} -(R1 + R4) & R4 & 0 \\ R4 & -(R2 + R4 + R5) & R5 \\ 0 & -R5 & (R3 + R5) \end{vmatrix}$$

PIU' SINTETICAMENTE POTREMO SCRIVERE:

$$\boxed{\left| E\ (3) \right| = \left| R\ (3,3) \right| \times \left| I\ (3) \right|}$$

POICHE' IL SISTEMA DI EQUAZIONI AMMETTE SENZ'ALTRO UNA SOLUZIONE, SI E' CERTI CHE IL DETERMINATE DI [R] E' DIVERSO DA 0, PER CUI ESISTE ANCHE LA MATRICE $\left| R \right|^{-1}$.
MOLTIPLICANDO ENTRAMBI I MEMBRI DELLA REALZIONE PER $\left| R \right|^{-1}$, OTTENIAMO:

$$R^{-1}(3,3) \times E\ (3) = R^{-1}(3,3) \times R\ (3,3) \times I\ (3)$$

SEMPLIFICANDO $R^{-1}(3,3) \times R\ (3,3)$, RISULTA:

$$\boxed{\left| I\ (3) \right| = \left| R\ (3,3) \right|^{-1} \times \left| E\ (3) \right|}$$

LA RELAZIONE OTTENUTA E' L'ESPRESSIONE DI UNA CORRISPONDENZA LINEARE IN QUANTO OGNI ELEMENTO DELLA PRIMA MATRICE $\left| I\ (3) \right|$ (USCITA) RISULTA ESPRESSO DA UNA COMBINAZIONE LINEARE DEGLI ELEMENTI DELLA MATRICE $\left| E\ (3) \right|$ (INGRESSI).

NATURALMENTE OTTENUTI I VALORI DI I1, I2 E I3 SI PUO' PROCEDERE MEDIANTE LE RELAZIONI SOPRA SCRITTE E QUI RIPORTATE

$$IR1 = -I1 \quad ; \quad IR2 = I2 \quad ; \quad IR3 = I3 \quad ; \quad IR4 = -I1 + I2 \quad ; \quad IR5 = -I2 + I3$$

AL CALCOLO DELLE CORRENTI DI RAMO IR1, IR2, IR3, IR4, E IR5.

VERIFICA DEL PRINCIPIO DELLA SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI TRAMITE IL CALCOLO MATRICIALE.

TRAMITE IL CALCOLO MATRICIALE, DI SEMPLICE ESECUZIONE ATTRAVERSO UN SOFTWARE OPPORTUNO, E' POSSIBILE VERIFICARE IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI.
INFATTI SCOMPONENDO LA MATRICE DEGLI INGRESSI: $|E\ (3)|$

$$\begin{vmatrix} E1 \\ E2 \\ E3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} E1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ E2 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ E3 \end{vmatrix}$$

OVVERO NELLE MATRICI:

$$|E(3,1| = |E'(3,1)| + |E''(3,1)| + |E'''(3,1)|$$

E' POSSIBILE SCRIVERE ALLORA:

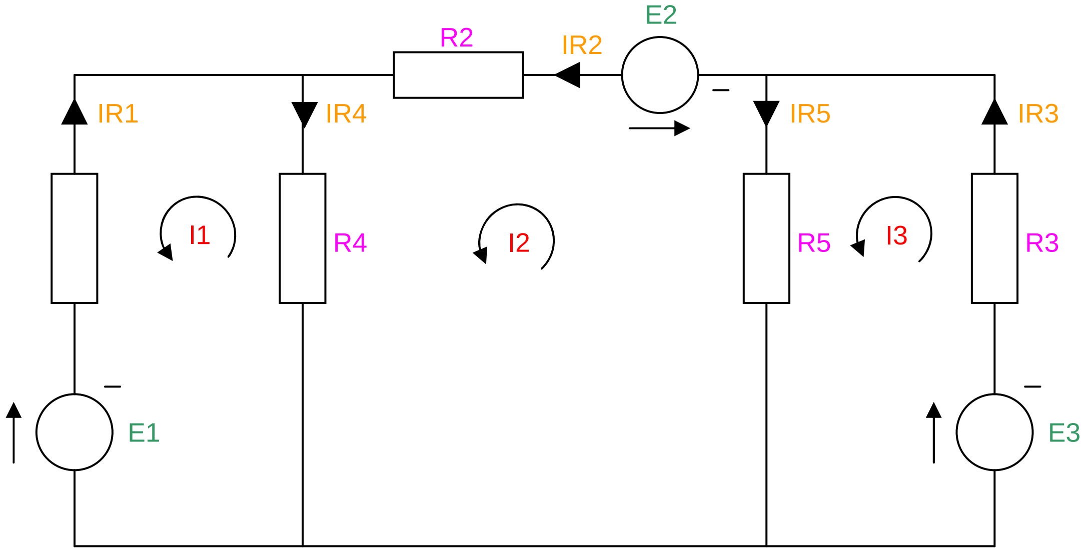
$$|I| = |R|^{-1} x\ (|E'| + |E''| + |E'''|) = \underbrace{\boxed{|R|^{-1} x\ |E'|}}_{1°} + \underbrace{\boxed{|R|^{-1} x\ |E''|}}_{2°} + \underbrace{\boxed{|R|^{-1} x\ |E'''|}}_{3°}$$

CIASCUNO DEI TRE TERMINI DELLA SOMMA AL SECONDO MEMBRO RAPPRESENTA LA RISPOSTA DEL SISTEMA AD UNA SOLA SOLLECITAZIONE, OVVERO LA RISPOSTA DELLA RETE QUANDO E' ATTIVO IL PRIMO GENERATORE E1 OPPURE IL SECONDO E2 OPPURE IL TERZO E3. PERTANTO LA RISPOSTA GLOBALE DEL SISTEMA PUO' ESSERE RICAVATA COME SOMMA DELLE RISPOSTE AD OGNI SINGOLA SOLLECITAZIONE.

L'UTILIZZO DEL METODO ESPOSTO, DIFFICOLTOSO SE CONDOTTO CON CALCOLO MANUALE, SI SEMPLIFICA NOTEVOLMENTE SE VIENE ESEGUITO CON UN QUALCHE TIPO DI SOFTWARE CHE CI AIUTI A RISOLVERE IL CALCOLO MATRICIALE. IL PROCEDIMENTO POTRA' QUINDI ESSERE SVILUPPATO ATTRAVERSO ALCUNE APPLICAZIONI DI LABORATORIO FACENDO USO DI "EXCEL" DI MSOFFICE, CHE COMPRENDE PRODOTTI E INVERSIONI DI MATRICI.

ESERCITAZIONE DI LABORATORIO SUI SISTEMI LINEARI DI ORDINE ZERO. RISOLUZIONE DI UNA RETE ELETTRICA

SIA DATO IL CIRCUITO PRECEDENTEMENTE ANALIZZATO, CON I VALORI CONOSCIUTI IVI INDICATI:

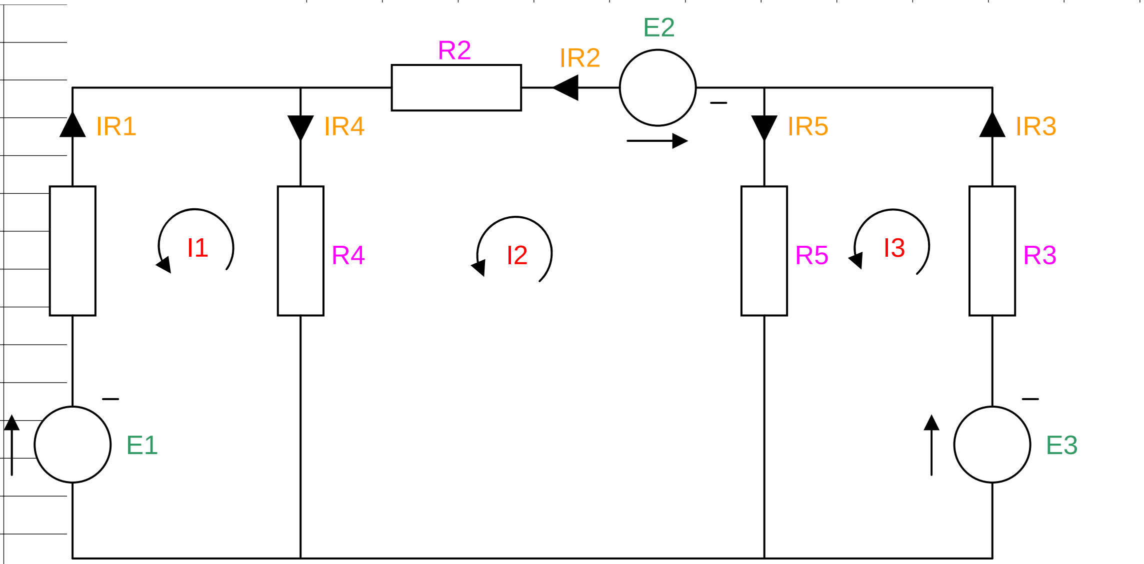


INGRESSI:
E1 = 12 V
E2 = 24 V
E3 = 10 V

PARAMETRI:
R1 = 1 Ohm
R2 = 1,5 Ohm
R3 = 3,2 Ohm
R4= 4 Ohm
R5 = 1,2 Ohm

SI PROCEDA ALLA COMPILAZIONE DEL FOGLIO ELETTRONICO COME SOTTO DESCRITTO

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	Prova di laboratorio n. 1: risoluzione di una rete elettrica come sistema lineare di ordine zero																	
2	Nome e Cognome		classe											data				
3																		
4	Sia data la rete elettrica in figura																	
5																		
6																		
7																		
8																		
9																		
10																		
11																		
12																		
13																		
14																		
15																		
16																		
17																		
18																		
19																		
20																		
21																		
22	***DATI:***																	
23	E1 =	12	Volt			R1 =	1	Ohm										
24	E2 =	24	Volt			R2 =	1,5	Ohm										
25	E3 =	10	Volt			R3 =	3,2	Ohm										
26						R4 =	4	Ohm										
27						R5 =	1,2	Ohm										
28																		



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R

SISTEMA RISOLUTIVO

E1 =- (R1 + R4) x I1 + R4 x I2
E2 = R4 x I1 - (R2 + R4 + R5) x I2 + R5 x I3
E3 = - R5 x I2 + (R3 + R5) x I3

MATRICI:

DEGLI INGRESSI (VETTORE COLONNA)

$$E(3,1) = \begin{vmatrix} E1 \\ E2 \\ E3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 12 \\ 24 \\ 10 \end{vmatrix}$$

=$B$23
=$B$24
=$B$25

DEI COEFFICIENTI O RESISTENZE (MATRICE QUADRATA)

$$R(3,3) = \begin{vmatrix} -(R1 + R4) & R4 & 0 \\ R4 & -(R2 + R4 + R5) & R5 \\ 0 & -R5 & (R3 + R5) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 & 4 & 0 \\ 4 & -6{,}7 & 1{,}2 \\ 0 & -1{,}2 & 4{,}4 \end{vmatrix}$$

=-($G$23+$G$26)
=$G$26
0
=$G$26
=-($G$24+$G$26+$G$27)
=$G$27
0
=-$G$27
=$G$25+$G$27

={MATR.INVERSA(N41:P43)}

$$R(3,3)^{-1} = \begin{vmatrix} -0{,}402 & -0{,}252 & 0{,}069 \\ -0{,}252 & -0{,}315 & 0{,}086 \\ -0{,}069 & -0{,}086 & 0{,}251 \end{vmatrix}$$

N.B.:PER PERVENIRE ALLA SCRITTURA IN FORMA MATRICIALE DEL RISULTATO DI UN OPERAZIONE MATRICIALE, E' NECESSARIO PREMERE CTRL+SHIFT+INVIO INVECE DI DARE L'OK NELLA FINESTRA DI DIALOGO DELL'OPERAZIONE STESSA

DELLE USCITE (VETTORE COLONNA)

$$I(3,1) = \begin{vmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -10{,}18 \\ -9{,}73 \\ -0{,}38 \end{vmatrix}$$

={MATR.PRODOTTO(E52:G54;M35:M37)}

RISULTATI:

IR1 = -I1	=	10,18	=-M59
IR2 = I2	=	-9,73	=M60
IR3 = I3	=	-0,38	=M61
IR4 = -I1+I2	=	0,45	=-M59+M60
IR5 = -I2+I3	=	9,35	=-M60+M61

VERIFICA:

IR1+IR2-IR4	=	0	=D65+D66-D68
-IR2+IR3-IR5	=	0	=-D66+D67-D69
-IR1-IR3+IR4+IR5	=	0	=-D65-D67+D68+D69

VERIFICA DEL PRINCIPIO DI SOVVAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI:

MATRICI:

DEGLI INGRESSI (VETTORE COLONNA) SOLO E1

=$B$23

$$|E'(3,1)| = \begin{vmatrix} E1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 12 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

DEI COEFFICIENTI O RESISTENZE (MATRICE QUADRATA)

COPIA (N41: P43)

$$|R(3,3)| = \begin{vmatrix} -(R1+R4) & R4 & 0 \\ R4 & -(R2+R4+R5) & R5 \\ 0 & -R5 & (R3+R5) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 & 4 & 0 \\ 4 & -6{,}7 & 1{,}2 \\ 0 & -1{,}2 & 4{,}4 \end{vmatrix}$$

={MATR.INVERSA(N89:P91)}

$$|R(3,3)|^{-1} = \begin{vmatrix} -0{,}402 & -0{,}252 & 0{,}069 \\ -0{,}252 & -0{,}315 & 0{,}086 \\ -0{,}069 & -0{,}086 & 0{,}251 \end{vmatrix}$$

={MATR.PRODOTTO(E96:G98;M84:M86)}

DELLE USCITE (VETTORE COLONNA)

$$|I'(3,1)| = \begin{vmatrix} I'1 \\ I'2 \\ I'3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -4{,}82 \\ -3{,}03 \\ -0{,}83 \end{vmatrix}$$

=$B$24

DEGLI INGRESSI (VETTORE COLONNA) SOLO E2

$$|E''(3,1)| = \begin{vmatrix} 0 \\ E2 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 24 \\ 0 \end{vmatrix}$$

COPIA (N41: P43)

DEI COEFFICIENTI O RESISTENZE (MATRICE QUADRATA)

$$|R(3,3)| = \begin{vmatrix} -(R1+R4) & R4 & 0 \\ R4 & -(R2+R4+R5) & R5 \\ 0 & -R5 & (R3+R5) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5 & 4 & 0 \\ 4 & -6{,}7 & 1{,}2 \\ 0 & -1{,}2 & 4{,}4 \end{vmatrix}$$

={MATR.INVERSA(N115:P117)}

$$|R(3,3)|^{-1} = \begin{vmatrix} -0{,}402 & -0{,}252 & 0{,}069 \\ -0{,}252 & -0{,}315 & 0{,}086 \\ -0{,}069 & -0{,}086 & 0{,}251 \end{vmatrix}$$

=\{MATR.PRODOTTO(E122:G124;M109:M111)\}

130 DELLE USCITE (VETTORE COLONNA)

I'' (3,1)	=	I''1 / I''2 / I''3	=	
		I''1		-6,05
I'' (3,1)	=	I''2	=	-7.56
		I''3		-2,06

134 DEGLI INGRESSI (VETTORE COLONNA) SOLO E3

		0		0
E''' (3,1)	=	0	=	0
		E3		10

=$B$25

COPIA (N41: P43)

140 DEI COEFFICIENTI O RESISTENZE (MATRICE QUADRATA)

		-(R1 + R4)	R4	0			-5	4	0
R (3,3)	=	R4	-(R2 + R4 + R5)	R5	=		4	-6,7	1,2
		0	-R5	(R3 + R5)			0	-1,2	4,4

=\{MATR.INVERSA(N142:P144)\}

		-0,402	-0,252	0,069
R (3,3) $^{-1}$	=	-0,252	-0,315	0,086
		-0,069	-0,086	0,251

=\{MATR.PRODOTTO(E149:G151;M136:M138)\}

153 DELLE USCITE (VETTORE COLONNA)

		I'''1		0,69
I''' (3,1)	=	I'''2	=	0,86
		I'''3		2,51

I1 = I'1+I''1+I'''1 =	-10.18	=M103+M131+M154	IR1 = -I1	=	10.18	=-E158
I2 = I'2+I''2+I'''2 =	-9,73	=M104+M132+M155	IR2 = I2	=	-9,73	=E159
I3 = I'3+I''3+I'''3 =	-0,38	=M105+M133+M156	IR3 = I3	=	-0,38	=E160
			IR4 = -I1+I2	=	0,45	=-E158+E159
			IR5 = -I2+I3	=	9,35	=-E159+E160