

**ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE STATALE "A. VOLTA "**  
 con **LICEO SCIENTIFICO TECNOLOGICO e BIOLOGICO.**  
**FORMAZIONE PROFESSIONALE: Operatore meccanico ed elettrico.**

Classe IV MB.

A.S. 2008/2009

Cognome e Nome:.....

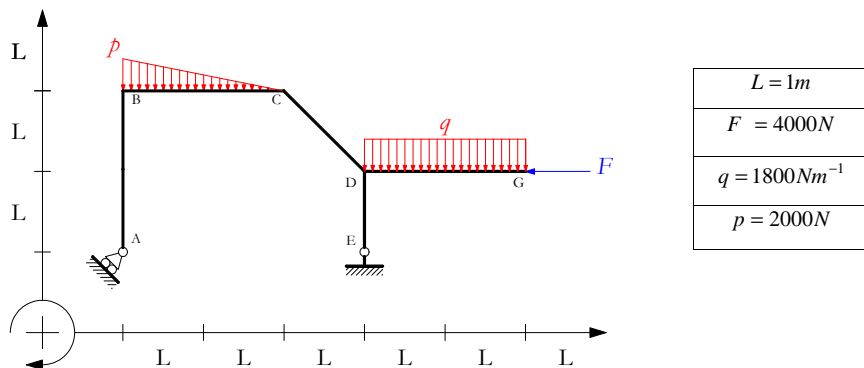
**VERIFICA DEL 2/10/2008 (MODELLO A1).**

ARGOMENTO 1-2: Vincoli e reazioni vincolari, momenti statici del primo ordine.

**Esercizio 1 (3 Punti).**

Data la struttura isostatica seguente, si chiede di:

- a - Eseguire una breve analisi cinematica.
- b - Calcolare modulo e verso delle reazioni vincolari.
- c - Verificare le reazioni vincolari, mediante un' equazione di equilibrio alla rotazione.

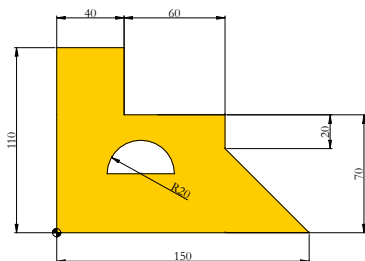


**Esercizio 2 (3 Punti).**

Data la seguente superficie piana, trovare le coordinate del baricentro rispetto al punto di riferimento assegnato. (Quote espresse in mm). Centro del semicerchio:

$x_C - O = 50mm$

$y_C - O = 35mm$



**FOGLIO DELLE SOLUZIONI**

**Esercizio 1.**

⇒ Analisi cinematica:

La possibilità di movimento orizzontale della struttura è bloccata dalla reazione vincolare  $H_E$  della cerniera e dalla componente orizzontale  $H_A$  della reazione del carrello. Lo spostamento verticale della trave è bloccato sia dalla reazione verticale  $V_E$  della cerniera, sia dalla componente  $V_A$  della reazione del carrello. La struttura potrebbe ruotare intorno al carrello, ma essendo bloccata in E dalla cerniera, tale rotazione non può verificarsi. Anche la cerniera permette la rotazione, ma la reazione del carrello  $V_A$ , impedisce il distacco della struttura dal piano di scorrimento.

⇒  $\sum (F + F')_x = 0 \Rightarrow H_A + H_E - F = 0 \Rightarrow H_A = \frac{19}{45} F (\rightarrow) \Rightarrow H_E = \frac{26}{45} F (\rightarrow)$

⇒  $\sum (F + F')_y = 0 \Rightarrow V_A + V_E = P + Q = \frac{1}{2} F + \frac{9}{10} F = \frac{7}{5} F$

⇒  $\sum (M + M')_A = 0 \Rightarrow P \cdot \frac{2}{3} L - V_E \cdot 3L + Q \cdot 4L - FL = 0 \Rightarrow V_E = \frac{44}{45} F (\uparrow) \Rightarrow V_A = \frac{19}{45} F (\uparrow)$

⇒  $\sum (M + M')_E = 0 \Rightarrow V_A \cdot 3L - P \cdot \frac{7}{3} L + Q \cdot L - F \cdot L = 0$

$\frac{19}{15} FL - \frac{7}{6} FL + \frac{9}{10} FL - FL = 0$

**Esercizio 2.**

Figura	Area [mm <sup>2</sup> ]	$x_G$ [mm]	$y_G$ [mm]	$S_x$ [mm <sup>3</sup> ]	$S_y$ [mm <sup>3</sup> ]
Rettangolo	7000	50	35	245000	350000
Quadrato	1600	20	90	144000	32000
Triangolo	1250	116,6667	16,66667	20833,33333	145833,3333
Semicerchio	628	50	43,49257	27313,33333	31400
<b>Totale</b>	<b>9222</b>	<b>53,83142</b>	<b>41,47907</b>	<b>382520</b>	<b>496433,3333</b>

**ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE STATALE "A. VOLTA "**  
 con **LICEO SCIENTIFICO TECNOLOGICO e BIOLOGICO.**  
**FORMAZIONE PROFESSIONALE: Operatore meccanico ed elettrico.**

Classe IV MB. A.S. 2008/2009

Cognome e Nome:.....

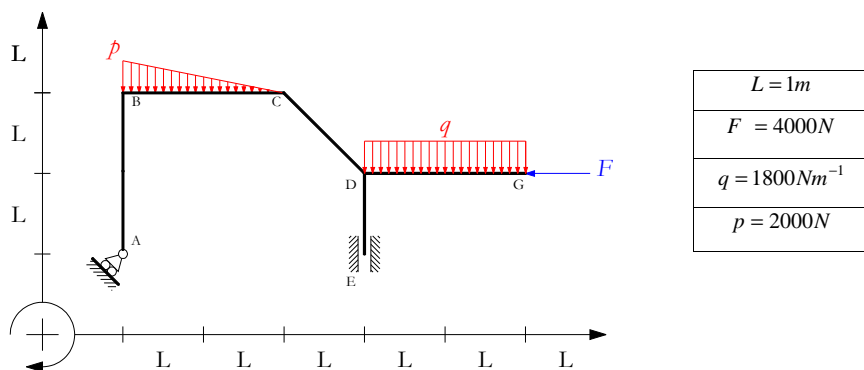
**VERIFICA DEL 2/10/2008 (MODELLO B1).**

ARGOMENTO 1-2: Vincoli e reazioni vincolari, momenti statici del primo ordine.

**Esercizio 1.**

Data la struttura isostatica seguente, si chiede di:

- a - Eseguire una breve analisi cinematica.
- b - Calcolare modulo e verso delle reazioni vincolari.
- c - Verificare le reazioni vincolari, mediante un' equazione di equilibrio alla rotazione.

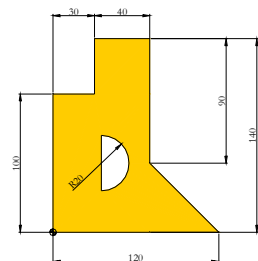


**Esercizio 2.**

Data la seguente superficie piana, trovare le coordinate del baricentro rispetto al punto di riferimento assegnato. (Quote espresse in mm). Centro del semicerchio

$x_C - O = 35mm$

$y_C - O = 50mm$



**FOGLIO DELLE SOLUZIONI**

**Esercizio 1.**

⇒ Analisi cinematica:

La possibilità di movimento orizzontale della struttura è bloccata dalla reazione vincolare  $H_E$  del manicotto e dalla componente orizzontale  $H_A$  della reazione del carrello. Lo spostamento verticale della trave è bloccato dalla componente  $V_A$  della reazione del carrello. La struttura potrebbe ruotare intorno al carrello, ma il manicotto in E la impedisce.

⇒  $\Sigma(F + F')_x = 0 \Rightarrow H_A + H_E - F = 0 \Rightarrow H_E = \frac{2}{5}F (\leftarrow)$

⇒  $\Sigma(F + F')_y = 0 \Rightarrow V_A = P + Q = \frac{1}{2}F + \frac{9}{10}F \Rightarrow V_A (\uparrow) = H_A (\rightarrow) = \frac{7}{5}F$

⇒  $\Sigma(M + M')_A = 0 \Rightarrow P \cdot \frac{2}{3}L + M_E + Q \cdot 4L - FL = 0 \Rightarrow M_E = -\frac{44}{15}FL \Rightarrow M_E = \frac{44}{15}FL (\bullet)$

⇒  $\Sigma(M + M')_E = 0 \Rightarrow V_A \cdot 3L + M_E + Q \cdot L - F \cdot L = 0$

$\frac{21}{5}FL - \frac{7}{6}FL - \frac{44}{15}FL + \frac{9}{10}FL - FL = 0$

**Esercizio 2.**

Figura	Area [mm <sup>2</sup> ]	$x_G$ [mm]	$y_G$ [mm]	$S_x$ [mm <sup>3</sup> ]	$S_y$ [mm <sup>3</sup> ]
Rettangolo	7000	35	50	350000	245000
Quadrato	1600	50	120	192000	80000
Triangolo	1250	86,66667	16,66667	20833,33333	108333,3333
Semicerchio	628	43,49257	50	31400	27313,33333
Totale	9222	<b>44,02733</b>	<b>57,62669</b>	531433,3333	406020

**ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE STATALE "A. VOLTA "**  
 con **LICEO SCIENTIFICO TECNOLOGICO e BIOLOGICO.**  
**FORMAZIONE PROFESSIONALE: Operatore meccanico ed elettrico.**

Classe IV MB. A.S. 2008/2009

Cognome e Nome:.....

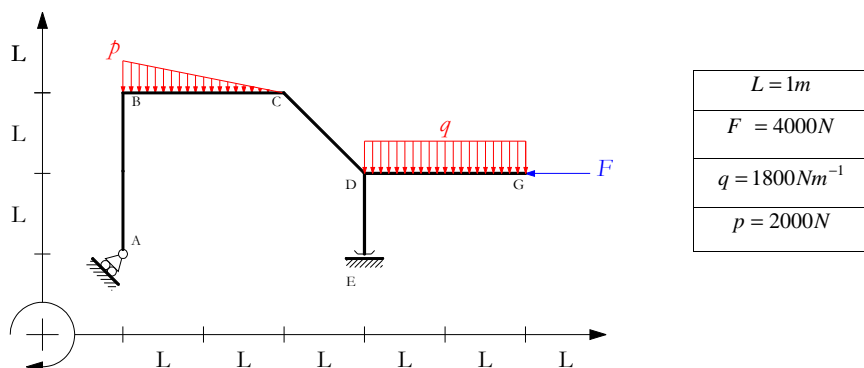
**VERIFICA DEL 2/10/2008 (MODELLO C1).**

ARGOMENTO 1-2: Vincoli e reazioni vincolari, momenti statici del primo ordine.

**Esercizio 1.**

Data la struttura isostatica seguente, si chiede di:

- a - Eseguire una breve analisi cinematica.
- b - Calcolare modulo e verso delle reazioni vincolari.
- c - Verificare le reazioni vincolari, mediante un' equazione di equilibrio alla rotazione.

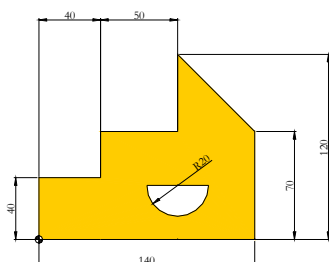


**Esercizio 2.**

Data la seguente superficie piana, trovare le coordinate del baricentro rispetto al punto di riferimento assegnato. (Quote espresse in mm). Centro del semicerchio

$x_C - O = 90mm$

$y_C - O = 35mm$



**FOGLIO DELLE SOLUZIONI.**

**Esercizio 1.**

⇒ Analisi cinematica:

La possibilità di movimento orizzontale della struttura è bloccata dalla componente orizzontale  $H_A$  della reazione del carrello. Lo spostamento verticale della trave è bloccato sia dalla componente verticale  $V_A$  della reazione del carrello, sia dalla reazione  $V_E$  del pattino. La struttura potrebbe ruotare intorno al carrello, ma il pattino in E la impedisce.

⇒  $\sum (F + F')_x = 0 \Rightarrow H_A(\rightarrow) = F = V_A(\uparrow)$

⇒  $\sum (F + F')_y = 0 \Rightarrow V_A + V_E = P + Q = \frac{1}{2}F + \frac{9}{10}F = \frac{7}{5}F \Rightarrow V_E(\uparrow) = \frac{2}{5}F$

⇒  $\sum (M + M')_A = 0 \Rightarrow P \cdot \frac{2}{3}L - V_E \cdot 3L + M_E + Q \cdot 4L - FL = 0 \Rightarrow M_E = -\frac{26}{15}FL \Rightarrow$

$M_E = \frac{26}{15}FL(\bullet)$

⇒  $\sum (M + M')_E = 0 \Rightarrow V_A \cdot 3L - P \cdot \frac{7}{3}L + M_E + Q \cdot L - F \cdot L = 0$

$3FL - \frac{7}{6}FL - \frac{26}{15}FL + \frac{9}{10}FL - FL = 0$

**Esercizio 2.**

Figura	Area [mm <sup>2</sup> ]	$x_G$ [mm]	$y_G$ [mm]	$S_x$ [mm <sup>3</sup> ]	$S_y$ [mm <sup>3</sup> ]
Rettangolo	7000	90	26,50743	185552,017	630000
Quadrato	1600	20	20	32000	32000
Triangolo	1250	106,6667	86,66667	108333,3333	133333,3333
Semicerchio	628	90	35	21980	56520
Totale	9222	<b>80,11422</b>	<b>32,95439</b>	303905,3503	738813,3333

**ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE STATALE "A. VOLTA "**  
 con **LICEO SCIENTIFICO TECNOLOGICO e BIOLOGICO.**  
**FORMAZIONE PROFESSIONALE: Operatore meccanico ed elettrico.**

Classe IV MB.

A.S. 2008/2009

Cognome e Nome:.....

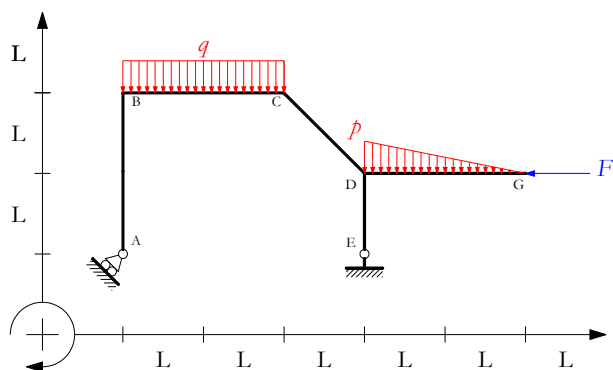
**VERIFICA DEL 2/10/2008 (MODELLO A2).**

ARGOMENTO 1-2: Vincoli e reazioni vincolari, momenti statici del primo ordine.

**Esercizio 1.**

Data la struttura isostatica seguente, si chiede di:

- a - Eseguire una breve analisi cinematica.
- b - Calcolare modulo e verso delle reazioni vincolari.
- c - Verificare le reazioni vincolari, mediante un' equazione di equilibrio alla rotazione.



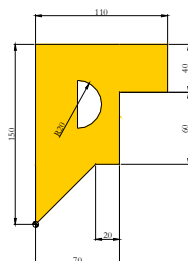
$L = 1m$
$F = 4000N$
$q = 1800Nm^{-1}$
$p = 2000N$

**Esercizio 2.**

Data la seguente superficie piana, trovare le coordinate del baricentro rispetto al punto di riferimento assegnato. (Quote espresse in mm). Centro del semicerchio

$x_C - O = 35mm$

$y_C - O = 100mm$



**FOGLIO DELLE SOLUZIONI.**

**Esercizio 1.**

⇒ Analisi cinematica:

Le possibilità di movimento orizzontale della struttura sono bloccate dalla reazione vincolare  $H_E$  della cerniera e dalla componente orizzontale  $H_A$  della reazione del carrello. Lo spostamento verticale della trave è bloccato sia dalla reazione verticale  $V_E$  della cerniera, sia dalla componente  $V_A$  della reazione del carrello. La struttura potrebbe ruotare intorno al carrello, ma essendo bloccata in E dalla cerniera, tale rotazione non può verificarsi. Anche la cerniera permette la rotazione, ma la reazione del carrello  $V_A$ , impedisce il distacco della struttura dal piano di scorrimento.

$$\Rightarrow \sum (F + F')_x = 0 \Rightarrow H_A + H_E - F = 0 \Rightarrow H_A (\rightarrow) = \frac{37}{45} F \Rightarrow H_E (\rightarrow) = \frac{8}{45} F$$

$$\Rightarrow \sum (F + F')_y = 0 \Rightarrow V_A + V_E = P + Q = \frac{1}{2} F + \frac{9}{10} F = \frac{7}{5} F$$

$$\Rightarrow \sum (M + M')_A = 0 \Rightarrow Q \cdot L - V_E \cdot 3L + P \cdot \frac{11}{3} L - FL = 0 \Rightarrow V_E (\uparrow) = \frac{26}{45} F \Rightarrow V_A (\uparrow) = \frac{37}{45} F$$

$$\Rightarrow \sum (M + M')_E = 0 \Rightarrow V_A \cdot 3L - Q \cdot 2L + P \cdot \frac{2}{3} L - F \cdot L = 0$$

$$\frac{37}{15} FL - \frac{9}{5} FL + \frac{1}{3} FL - FL = 0$$

**Esercizio 2.**

Figura	Area [mm <sup>2</sup> ]	$x_G$ [mm]	$y_G$ [mm]	$S_x$ [mm <sup>3</sup> ]	$S_y$ [mm <sup>3</sup> ]
Rettangolo	7000	35	100	700000	245000
Quadrato	1600	90	130	208000	144000
Triangolo	1250	16,66667	33,33333	41666,66667	20833,33333
Semicerchio	628	43,49257	100	62800	27313,33333
Totale	9222	<b>41,47907</b>	<b>96,16858</b>	886866,6667	382520

**ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE STATALE "A. VOLTA "**  
 con **LICEO SCIENTIFICO TECNOLOGICO e BIOLOGICO.**  
**FORMAZIONE PROFESSIONALE: Operatore meccanico ed elettrico.**

Classe IV MB. A.S. 2008/2009

Cognome e Nome:.....

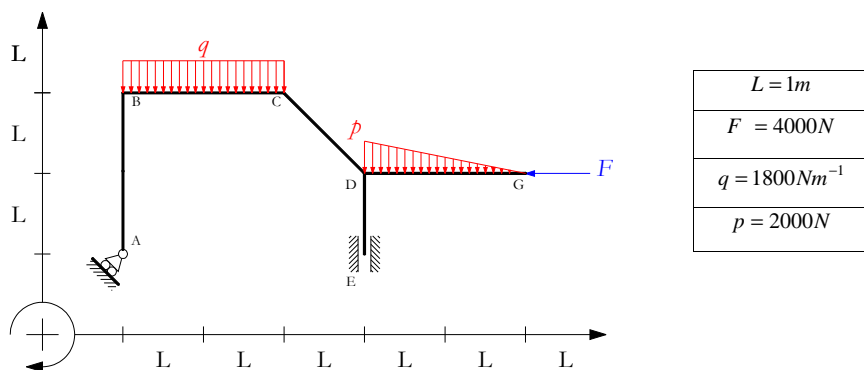
**VERIFICA DEL 2/10/2008 (MODELLO B2).**

ARGOMENTO 1-2: Vincoli e reazioni vincolari, momenti statici del primo ordine.

**Esercizio 1.**

Data la struttura isostatica seguente, si chiede di:

- a - Eseguire una breve analisi cinematica.
- b - Calcolare modulo e verso delle reazioni vincolari.
- c - Verificare le reazioni vincolari, mediante un' equazione di equilibrio alla rotazione.

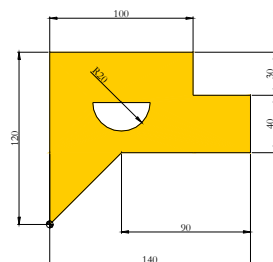


**Esercizio 2.**

Data la seguente superficie piana, trovare le coordinate del baricentro rispetto al punto di riferimento assegnato. (Quote espresse in mm). Centro del semicerchio

$x_C - O = 50mm$

$y_C - O = 85mm$



**FOGLIO DELLE SOLUZIONI.**

**Esercizio 1.**

⇒ Analisi cinematica:

La possibilità di movimento orizzontale della struttura è bloccata dalla reazione vincolare  $H_E$  del manicotto e dalla componente orizzontale  $H_A$  della reazione del carrello. Lo spostamento verticale della trave è bloccato dalla componente  $V_A$  della reazione del carrello. La struttura potrebbe ruotare intorno al carrello, ma il manicotto in E la impedisce.

⇒  $\sum (F + F')_x = 0 \Rightarrow H_A + H_E - F = 0 \Rightarrow H_E = \frac{2}{5} F (\leftarrow)$

⇒  $\sum (F + F')_y = 0 \Rightarrow V_A = P + Q = \frac{1}{2} F + \frac{9}{10} F = \frac{7}{5} F \Rightarrow V_A (\uparrow) = H_A (\rightarrow) = \frac{7}{5} F$

⇒  $\sum (M + M')_A = 0 \Rightarrow Q \cdot L + M_E + P \cdot \frac{11}{3} L - FL = 0 \Rightarrow M_E = -\frac{26}{15} FL \Rightarrow M_E = \frac{26}{15} FL (\bullet)$

⇒  $\sum (M + M')_E = 0 \Rightarrow V_A \cdot 3L - Q \cdot 2L + M_E + P \cdot \frac{2}{3} L - F \cdot L = 0$

$\frac{21}{5} FL - \frac{9}{5} FL - \frac{26}{15} FL + \frac{1}{3} FL - FL = 0$

**Esercizio 2.**

Figura	Area [mm <sup>2</sup> ]	$x_G$ [mm]	$y_G$ [mm]	$S_x$ [mm <sup>3</sup> ]	$S_y$ [mm <sup>3</sup> ]
Rettangolo	7000	50	85	595000	350000
Quadrato	1600	120	70	112000	192000
Triangolo	1250	16,66667	33,33333	41666,66667	20833,33333
Semicerchio	628	50	76,50743	48046,66667	31400
Totale	9222	<b>57,62669</b>	<b>75,97267</b>	700620	531433,3333

**ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE STATALE "A. VOLTA "**  
 con **LICEO SCIENTIFICO TECNOLOGICO e BIOLOGICO.**  
**FORMAZIONE PROFESSIONALE: Operatore meccanico ed elettrico.**

Classe IV MB.

A.S. 2008/2009

Cognome e Nome:.....

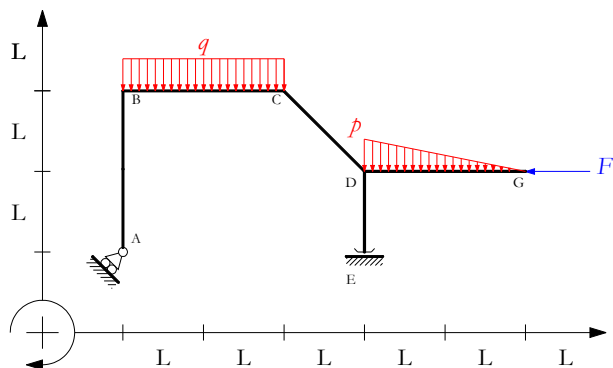
**VERIFICA DEL 2/10/2008 (MODELLO C2).**

ARGOMENTO 1-2: Vincoli e reazioni vincolari, momenti statici del primo ordine.

**Esercizio 1.**

Data la struttura isostatica seguente, si chiede di:

- a - Eseguire una breve analisi cinematica.
- b - Calcolare modulo e verso delle reazioni vincolari.
- c - Verificare le reazioni vincolari, mediante un' equazione di equilibrio alla rotazione.



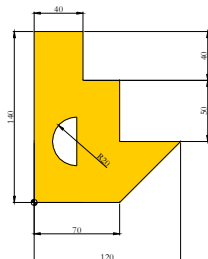
$L = 1m$
$F = 4000N$
$q = 1800Nm^{-1}$
$p = 2000N$

**Esercizio 2.**

Data la seguente superficie piana, trovare le coordinate del baricentro rispetto al punto di riferimento assegnato. (Quote espresse in mm). Centro del semicerchio

$x_C - O = 35mm$

$y_C - O = 50mm$



**FOGLIO DELLE SOLUZIONI.**

**Esercizio 1.**

⇒ Analisi cinematica:

La possibilità di movimento orizzontale della struttura è bloccata dalla componente orizzontale  $H_A$  della reazione del carrello. Lo spostamento verticale della trave è bloccato sia dalla componente verticale  $V_A$  della reazione del carrello, sia dalla reazione  $V_E$  del pattino. La struttura potrebbe ruotare intorno al carrello, ma il pattino in E la impedisce.

⇒  $\sum (F + F')_x = 0 \Rightarrow H_A (\rightarrow) = F = V_A (\rightarrow)$

⇒  $\sum (F + F')_y = 0 \Rightarrow V_A + V_E = P + Q = \frac{1}{2}F + \frac{9}{10}F = \frac{7}{5}F \Rightarrow V_E (\uparrow) = \frac{2}{5}F$

⇒  $\sum (M + M')_A = 0 \Rightarrow Q \cdot L - V_E \cdot 3L + M_E + P \cdot \frac{11}{3}L - FL = 0 \Rightarrow M_E = -\frac{8}{15}FL \Rightarrow$

$M_E = \frac{8}{15}FL (\bullet)$

⇒  $\sum (M + M')_E = 0 \Rightarrow V_A \cdot 3L - Q \cdot 2L + M_E + P \cdot \frac{2}{3}L - F \cdot L = 0$

$3FL - \frac{9}{5}FL - \frac{8}{15}FL + \frac{1}{3}FL - FL = 0$

**Esercizio 2.**

Figura	Area [mm <sup>2</sup> ]	$x_G$ [mm]	$y_G$ [mm]	$S_x$ [mm <sup>3</sup> ]	$S_y$ [mm <sup>3</sup> ]
Rettangolo	7000	26,50743	50	350000	185552,017
Quadrato	1600	20	120	192000	32000
Triangolo	1250	86,66667	33,33333	41666,66667	108333,3333
Semicerchio	628	35	50	31400	21980
Totale	9222	<b>32,95439</b>	<b>59,88578</b>	552266,6667	303905,3503