

ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE STATALE "A. VOLTA "
con LICEO SCIENTIFICO TECNOLOGICO e BIOLOGICO.
FORMAZIONE PROFESSIONALE: Operatore meccanico ed elettrico.

Classe IV MB.

A.S. 2008/2009

ESERCITAZIONE DI MECCANICA DEL 12/9/2008.

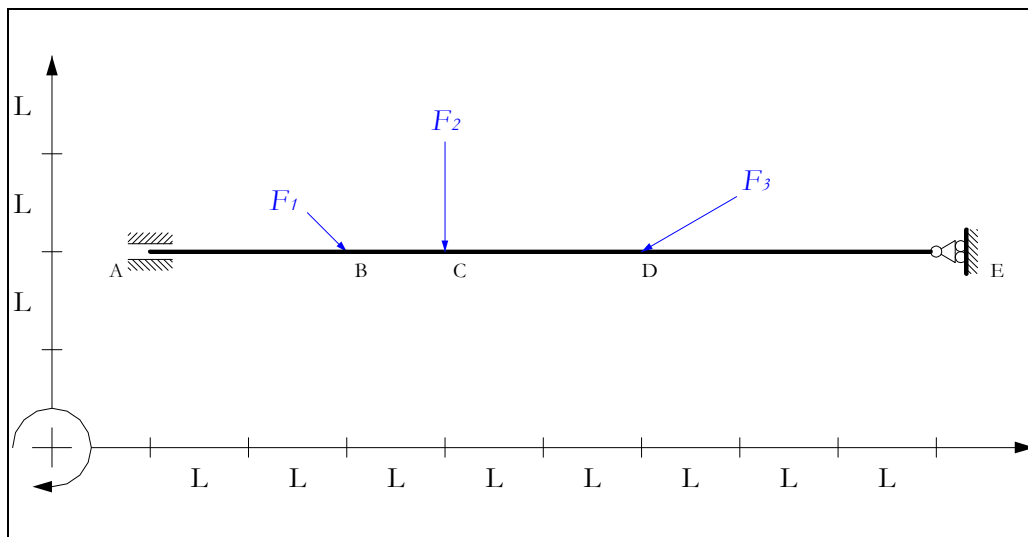
ARGOMENTO 1: Vincoli e reazioni vincolari.

Esercizio 1.

Calcolare le reazioni vincolari della struttura seguente, verificandone la correttezza mediante un'equazione di equilibrio alla rotazione.

Dati a disposizione:

$L = 1m$	$F_1 = 500N$ $\alpha = 45^\circ$	$F_2 = 1000N$	$F_3 = 1000N$ $\beta = 30^\circ$
----------	-------------------------------------	---------------	-------------------------------------

**Soluzione.**

1 - Proporzioni tra i carichi.

$$\diamond \quad F_3 = F_2 = F, \quad F_1 = \frac{1}{2} F_2 = \frac{1}{2} F$$

2 - Applicazione equazioni cardinali della statica:

$$\diamond \sum (F + F')_x = 0$$

$$H_E = \frac{1}{2}F \cos \alpha - F \cos \beta = \frac{\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{4} F$$

$$\diamond \sum (F + F')_y = 0$$

$$V_A = \frac{1}{2}F \sin \alpha + F + F \sin \beta = \frac{6 + \sqrt{2}}{4} F$$

$$\diamond \sum (M + M')_A = 0$$

$$M_A + \frac{1}{2}F \sin \alpha \cdot 2L + F \cdot 3L + F \sin \beta \cdot 5L = 0$$

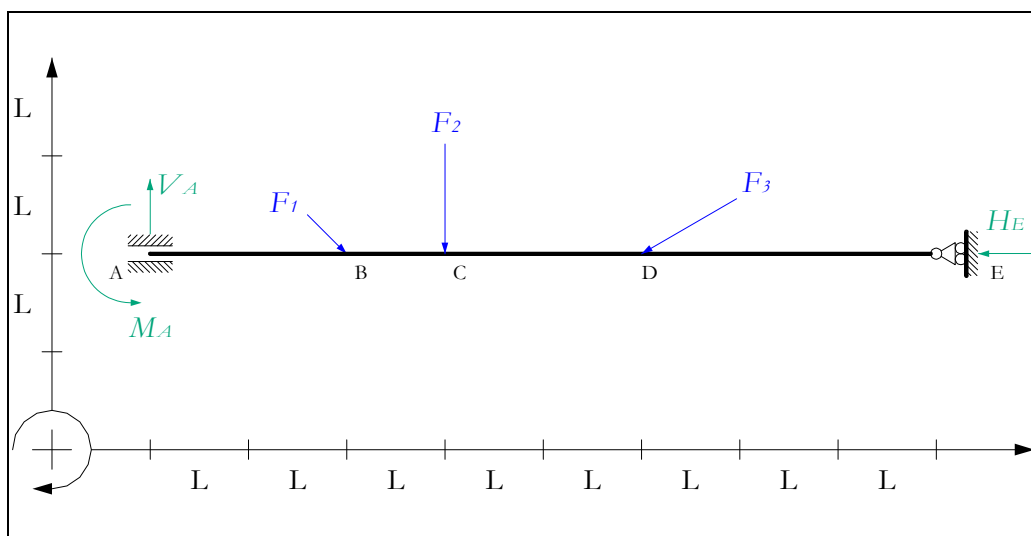
$$\rightarrow M_A = -F \sin \alpha \cdot L - F \cdot 3L - F \sin \beta \cdot 5L = -\frac{11 + \sqrt{2}}{2} FL$$

3 - Equazione di verifica:

$$\diamond \sum (M + M')_B$$

$$-M_A + V_A \cdot L + FL + \frac{1}{2}F \cdot 3L = 0$$

$$-\frac{11 + \sqrt{2}}{2} FL + \frac{6 + \sqrt{2}}{4} F \cdot 2L + FL + \frac{3}{2} FL = 0$$

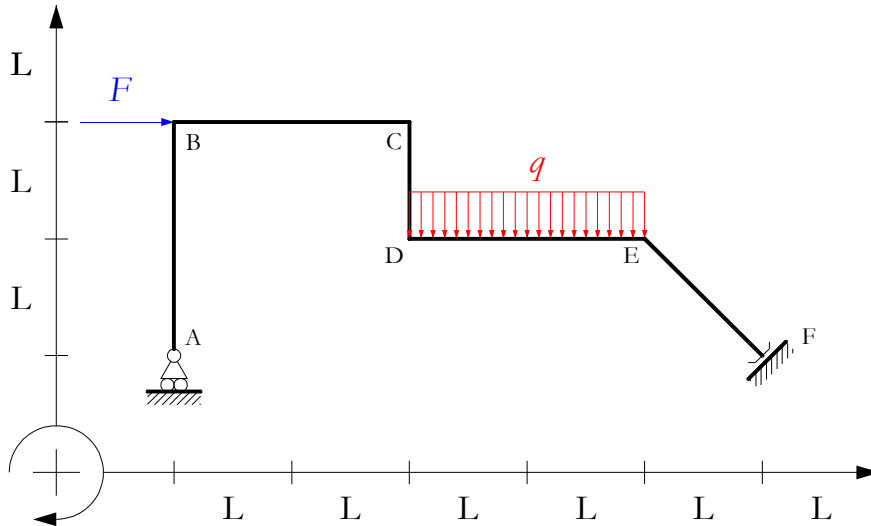


Esercizio 2.

Calcolare le reazioni vincolari della struttura seguente, verificandone la correttezza mediante un'equazione di equilibrio alla rotazione.

Dati a disposizione

$L = 1m$	$F = 1000N$	$q = 800Nm^{-1}$
----------	-------------	------------------

**Soluzione.**

1 - Risultante del carico distribuito e suo punto di applicazione:

$$\diamond \quad \begin{cases} Q = q \cdot 2L = 1600N \\ x_Q = L \end{cases} \rightarrow Q = \frac{8}{5}F$$

2 - Applicazione equazioni cardinali della statica:

$$\diamond \quad \sum (F + F')_x = 0$$

$$-H_F + F = 0 \rightarrow H_F = F$$

$$\diamond \quad \sum (F + F')_y = 0$$

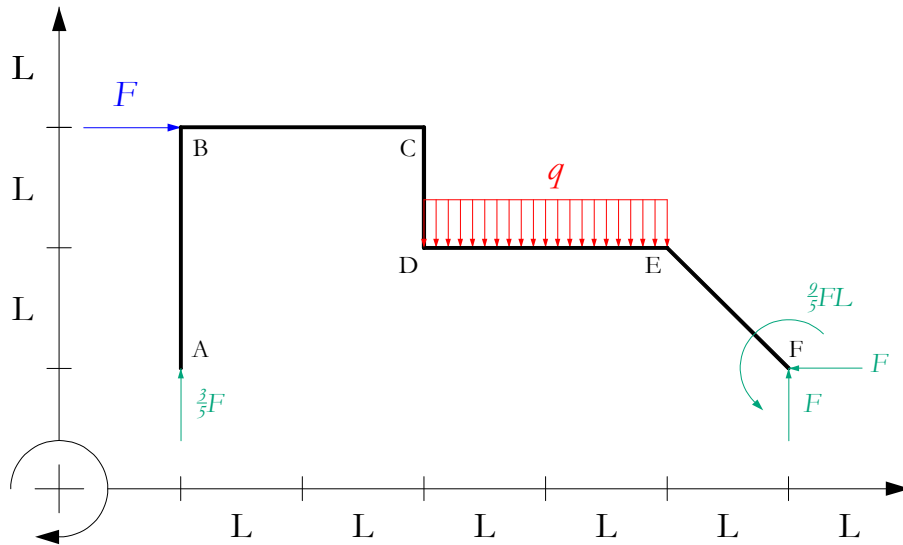
$$V_A - Q + V_F = 0 \rightarrow V_A - Q + H_F \rightarrow V_A = Q - H_F = \frac{3}{5}F$$

$$\diamond \quad \Sigma(M + M')_F = 0$$

$$M_F - 2QL + 2FL + 5V_A L = 0$$

$$\rightarrow M_F = \frac{16}{5}FL - 2FL - 3FL$$

$$\rightarrow M_F = -\frac{9}{5}FL$$



3 - Equazione di verifica:

$$\diamond \quad \Sigma(M + M')_B = 0$$

$$3QL - 5FL + 2FL - \frac{9}{5}FL = 0$$

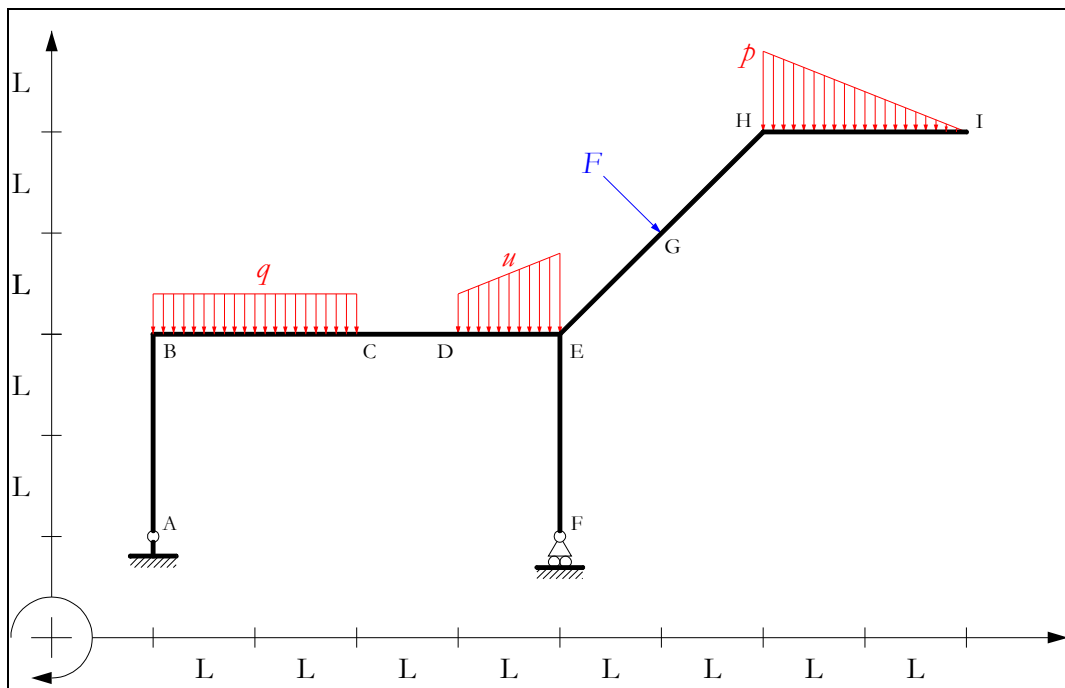
$$\rightarrow \frac{24}{5}FL - 5FL + 2FL - \frac{9}{5}FL = 0$$

Esercizio 3.

Calcolare le reazioni vincolari della struttura seguente, verificandone la correttezza mediante un'equazione di equilibrio alla rotazione.

Dati a disposizione

$L = 1m$	$F = 1000N$ $\vartheta = 45^\circ$	$q = 500Nm^{-1}$	$p(H) = 1000N$ $p(I) = 0N$	$u(D) = 500N$ $u(E) = 1000N$
----------	---------------------------------------	------------------	-------------------------------	---------------------------------



1 - Risultante dei carichi distribuiti e loro punto di applicazione:

$$\diamond \begin{cases} Q = q \cdot 2L = 1000N \\ x_Q = L \end{cases}$$

$$\diamond \begin{cases} U = \frac{(u_{\max} + u_{\min}) \cdot L}{2} = 750N \\ x_U = \frac{\frac{1}{3}u_{\max} + \frac{1}{6}u_{\min}}{u_{\max} + u_{\min}} \cdot 2L = \frac{\frac{2}{3}u_{\min} + \frac{1}{6}u_{\min}}{3u_{\min}} \cdot 2L = \frac{5}{9}L \end{cases}$$

$$\diamond \begin{cases} P = \frac{p \cdot 2L}{2} = 1000N \\ x_P = \frac{2}{3}L \end{cases}$$

2 - Proporzione tra i carichi.

$$\diamond Q = F$$

$$\diamond U = \frac{3}{4}F$$

$$\diamond P = F$$

3 - Applicazione equazioni cardinali della statica:

$$\diamond \sum (F + F')_x = 0$$

$$H_A + F \cos \vartheta = 0 \rightarrow H_A = -\frac{\sqrt{2}}{2}F$$

$$\diamond \sum (F + F')_y = 0$$

$$V_A + V_F - Q - U - F \sin \vartheta - P = 0 \rightarrow V_A + V_F = Q + U + F \sin \vartheta + P$$

$$\diamond \sum (M + M')_A = 0$$

$$Q \cdot L + U \cdot \left(3L + \frac{5}{9}L\right) + F \cos \vartheta \cdot 3L + F \sin \vartheta \cdot 5L + P \cdot \left(6L + \frac{2}{3}L\right) - V_F \cdot 4L = 0$$

Tenendo presente delle uguaglianze del punto 2:

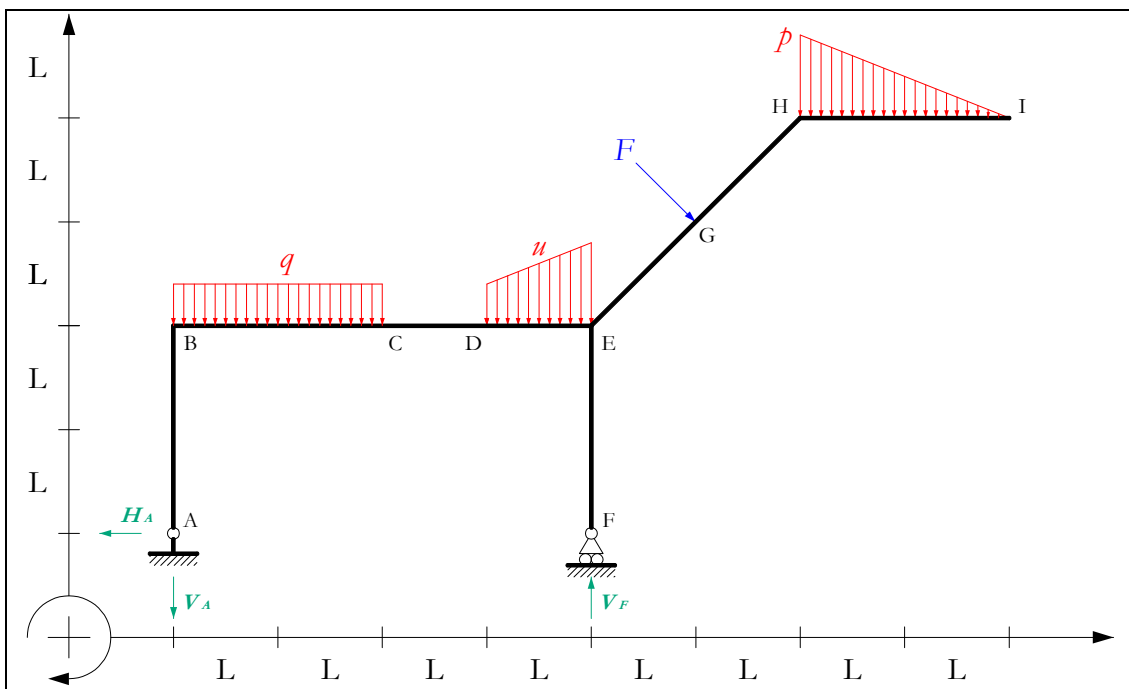
$$\diamond V_A + V_F = F + \frac{3}{4}F + \frac{\sqrt{2}}{2}F + F = \frac{11 + 2\sqrt{2}}{4}F$$

Quindi:

$$\diamond V_F = \frac{FL + \frac{8}{3}FL + \frac{3\sqrt{2}}{2}FL + \frac{5\sqrt{2}}{2}FL + \frac{20}{3}FL}{4L} = \frac{60 + 24\sqrt{2}}{24}F = \frac{31 + 12\sqrt{2}}{12}F$$

Per sostituzione

$$\diamond V_A = \frac{11 + 2\sqrt{2}}{4}F - V_F = \frac{11 + 2\sqrt{2}}{4}F - \frac{31 + 12\sqrt{2}}{12}F = \frac{2 - 6\sqrt{2}}{12}F = \frac{1 - 3\sqrt{2}}{6}F$$



3 - Equazione di verifica:

$$\diamond \sum (M + M')_B = 0$$

$$H_A \cdot 2L + Q \cdot L + U \cdot \frac{32}{9}L - V_F \cdot 4L + F \cos \vartheta \cdot L + F \sin \vartheta \cdot 5L + P \cdot \frac{20}{3}L = 0$$

Tenendo sempre presenti le uguaglianze del punto 2:

$$\begin{cases} \sqrt{2}FL + FL + \frac{8}{3}FL - \frac{31}{3}FL - 4\sqrt{2}FL + \frac{\sqrt{2}}{2}FL + \frac{5\sqrt{2}}{2}FL + \frac{20}{3}FL = 0 \\ \frac{6\sqrt{2} + 6 + 16 - 62 - 24\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 15\sqrt{2} + 40}{6}FL = 0 \end{cases}$$